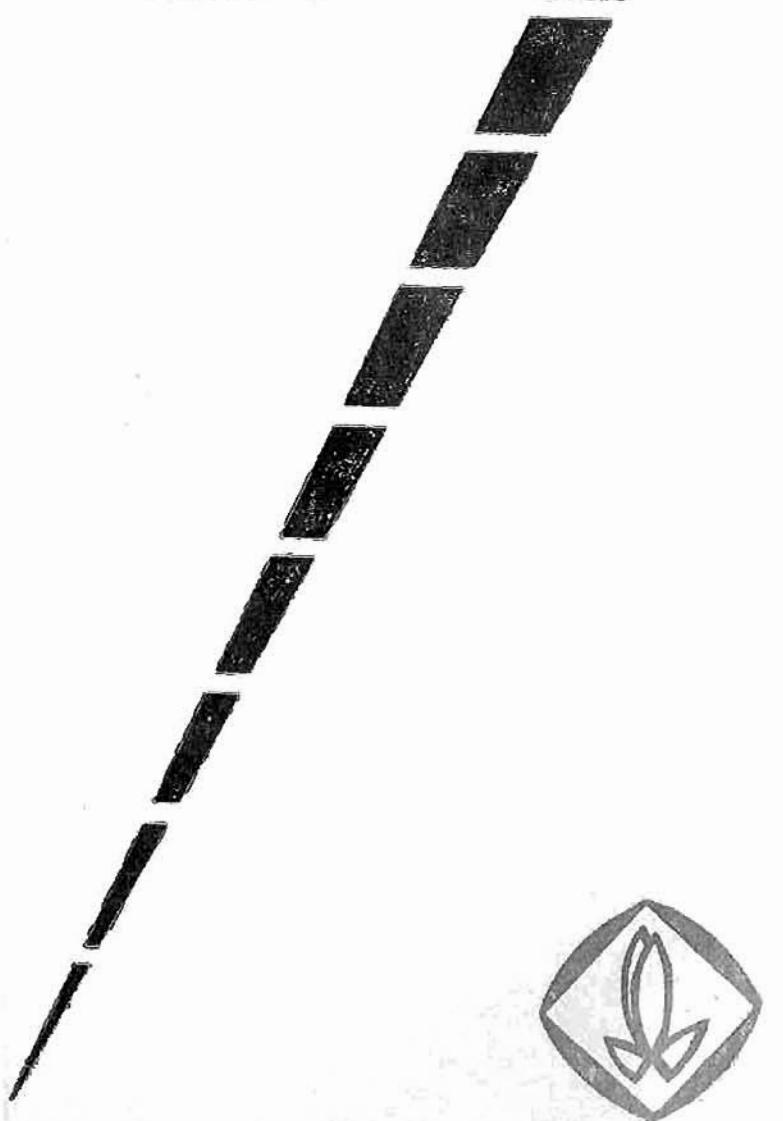


论文摘要汇编

87



一九八七年十月三十日
南京

南京

中国青年第二届
生物医学工程学术大会

《三次样条插值及其在衍射CT重建中的应用》

卢建宇 韦钰

南京工学院生物医学工程系

1983年潘世先等人提出了衍射CT补零加密

(Zero padding) 付里叶域插值重建算法^[1]，它的图象重建质量与1982年Devaney提出的滤波——反传播重建^[2]的法的相当，然而运算速度却大大提高。本文提出了利用三次样条插值^[3]加^[4]衍射投影数据的衍射CT付里叶域插值重建算法，它不仅保持了补零加密^[5]付里叶域插值重建算法较高的图象重建质量，而且使运算速度又有较大的提高。此外，本文还对三次样条插值^[6]的衍射CT付里叶域插值重建算法进行了计算机模拟研究，并利用图象的距离评价量对重建图象的质量进行了定量的评价。

从亥姆霍兹方程出发，在弱散射的条件下，利用平面波作为入射源及利用物体作360°旋转的测量系统，我们得到以下的衍射投影定理：

$$U_s(t_x, \theta) = \frac{1}{\sqrt{2i(k_0^2 - t_x^2)}} e^{i\sqrt{k_0^2 - t_x^2} z} F(Q^{-1}T) \quad (1)$$

式中 $U_s(t_x, \theta)$ 是以 θ 为参数，在测量线 $\eta = z_0$ 上散射场的付里叶变换， $F(Q^{-1}T)$ 表示物体分布函数 $f(r)$ 逆时针旋转 $\theta - \frac{\pi}{2}$ 后的付里叶变换在曲线坐标 $\{Q^{-1}T, T = (t_x, t_y), t_y = -k_0 + \sqrt{k_0^2 - t_x^2}, |t_x| \leq k_0\}$ 上的值， k_0 是平面波在物体周围均匀介质中的波数， Q 是90°旋转矩阵， Q^{-1} 是 Q 的逆矩阵：

$$Q = \begin{bmatrix} \cos(\theta - \frac{\pi}{2}), & \sin(\theta - \frac{\pi}{2}) \\ -\sin(\theta - \frac{\pi}{2}), & \cos(\theta - \frac{\pi}{2}) \end{bmatrix} \quad (2)$$

付里叶变换在曲
围均匀介质中的
 k_0 和 n_0 表示单
 $y = \sqrt{k_0^2 - t_x^2}$
且适用于透射和
的关系：

(3)

$\frac{v^2}{v^2}$

0

$\frac{v^2}{v^2}$

0

盖的低频部分和
 k_0 之间的阴影部

0

获得的覆盖)

从(1)式看出,若测量到的散射场的数据越多,则 t_x 和 θ 离散的数据就越多,从而能较好地得到物体分布函数付里叶域覆盖 $F(Q^{-1}T)$,图象重建质量就较高。但在实际中,由于实验条件的限制,只能得到较少的测量数据,因而需要用某种插值方法对得到的数据进行内插。本文用三次样条插值的方法代替补另加幕内插的方法,使 64×128 点数据内插成 128×512 点数据 VAX-11/730 计算机GPU时间从2.6分钟减小到0.6分钟,即使得加幕数据的时间从整个图象重建时间的63%减少到28%。

下面简介一下三次样条插值方法。假定插值点是两个已知点的中点,则在这两个已知点组成的子区间的中点,三次样条插值函数可以表示成下式:

$$S\left(n+\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}(y_n + y_{n+1}) + \frac{h}{8}(m_n - m_{n+1}) \quad (3)$$

($n=1, 2, 3, \dots, N-1$)

式中 $S\left(n+\frac{1}{2}\right)$ 表示三次样条插值函数在离散区间 $(n, n+1)$ 中点处的值; y_n 和 y_{n+1} 则分别为原序列在离散点 n 和 $n+1$ 上的值; m_n 和 m_{n+1} 表示 $S(x)$ 在离散点 n 和 $n+1$ 上的导数值; h 表示每个离散区间的步长。在自然边界条件下(即 $S(x)$ 在端点处的二阶导数为另),我们可以得到以下关于 m_n 的矩阵表达式:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 2 & 1/2 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 2 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1/2 & 2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \\ \vdots \\ m_{N-1} \\ m_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \\ \vdots \\ g_{N-1} \\ g_N \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中 g_n 是与 y_n, y_{n+1} 或 y_{n-1} 以及 h 有关的常数。(4)式可用追赶法求解。

摘
在实用
输型GT
广义断
目
OT。
的,只
发射和
又能用
本文提
在
别在远
化为平
场近似
行远场
出了重
转精到
外推

法解出 m_n ，将求出的 m_n 代入(3)，即可求出加^高后的序列 $S(m_n)$ ($n=1, 2, \dots, 2N$)。上述插值方法可以很容易地推广到多维情形。

参考文献：

1. S. X. Pan and A. G. Kak, "A Computational Study of Reconstruction Algorithms for Diffraction Tomography; Interpolation Versus Filtered-Backpropagation", IEEE Trans on Acoust Speech Signal Process. Vol ASSP-31, No. 5, Oct 1983, PP. 1262-1271

~~~~~  
(上接 3~02~2)

由图 1 及公式(3)和(4)，利用付里叶域插值和 IFFT 技术，就能重建图象。

参考文献：

1. S. X. Pan and A. G. Kak, "A Computational Study of Reconstruction Algorithms for Diffraction Tomography; Interpolation versus Filtered-Backpropagation", IEEE Trans on Acoust Speech Signal Process. Vol ASSP-31, No. 5, Oct 1983, PP. 1262-1271

人体中  
对由声特性  
IBM-PC

B超  
界面几何  
象的位置。

的建立相  
进行计算

对重  
伪象，考  
器前壁。

射。如图

为  $y=0$

$f_1(x)$

上、下壁

$=f_2(x)$

脏器的表

I =